ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಕಟ್ಟೆ - ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಬರೆದ ಲೇಖನಗಳ ಪ್ರಸ್ತುತಿ

ಪ್ರಾಚೀನ ಪೈಥಾಗೊರಿಯನ್ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಒಂದು ಗುಣ

- ಬೋಧಿದೀಪ್ ಜೋಅರ್ದಾರ್

ಪ್ರಾಚೀನ ಪೈಥಾಗೊರಿಯನ್ ತ್ರಿವಳಿ ಅಥವ ಹ್ರಸ್ವವಾಗಿ, ಪಿಪಿಟಿಯು ಸಹ-ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಧನಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಒಂದು ತ್ರಿವಳಿ (a, b, c) ಆಗಿದ್ದು, $a^2+b^2 = c^2$ ಎಂಬ ನಿಯಮಕ್ಕೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ಇರುತ್ತದೆ. ಕೆಲವು ಹೆಸರಾಂತ ಪಿಪಿಟಿಗಳೆಂದರೆ :(3, 4, 5), (5, 12, 13) ಮತ್ತು (8, 15, 17). ಪಿಪಿಟಿಯ ಕೆಲವು ಮೂಲ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಅರಿಯಲು ಬಾಕ್ಸ್ 1 ಅನ್ನು ನೋಡಿ.

ಪಿಪಿಟಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಒಂದು ಟಿಪ್ಪಣಿ
ಎಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್‌ನ ಹಿಂದಿನ ಸಂಚಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಪಿಪಿಟಿಗಳನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸುವ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ಹಲವಾರು ಲೇಖನಗಳು ಪ್ರಕಟವಾಗಿವೆ. ಪಿಪಿಟಿಗಳ ಕೆಲವು ಅವಶ್ಯಕ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. (ಇವುಗಳಿಗೆ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ನೀಡಲು ನಿಮಗೆ ಆಹ್ವಾನವಿದೆ): (a, b, c) ಒಂದು ಪಿಪಿಟಿ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ:

1. c ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ ;
2. a, b ಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬೆಸ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಸಮ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.
3. { a, b } ಯಲ್ಲಿನ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

a ಯು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವಂತೆ ಮತ್ತು b ಯು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವಂತೆ ಪಿಪಿಟಿಗಳಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡೋಣ.

ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಗುಣವು ಗಮನಾರ್ಹವಾಗಿದೆ: b ಯು 4 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿದೆ. ಇದು ಏಕೆಂದು ಅರಿಯಬೇಕಾದರೆ $b^2=c^2-a^2$ಎಂದು ಬರೆಯಿರಿ. a ಮತ್ತು c ಗಳು ಬೆಸ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಬೆಸ ವರ್ಗವು 1 (ಮಾಡ್ 8) ರ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನೆಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಇದು b^2 ಸಂಖ್ಯೆಯು 8 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ತತ್ಕಾರಣ b ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯ ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. (b ಯು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು, 4 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯ ಅಲ್ಲವಾಗಿದ್ದಿದ್ದರೆ, ಆಗ b^2 4ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗುತ್ತಿತ್ತಾದರೂ 8 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯ ಆಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ.

ಈ ಲೇಖನವು b = (c − 1) ಇರುವ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪಿಪಿಟಿಗಳ ವರ್ಗದ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರಿತವಾಗಿದೆ. ಈ ವರ್ಗದಲ್ಲಿ :

$a^2 + (c - 1)^2 = c^2$,

ಆದ್ದರಿಂದ: $a^2 = 2c - 1$,

$$c = \frac{a2+1}{2} \qquad b = \frac{a2-1}{2}$$

ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು: ಪೈಥಾಗೊರಿಯನ್ ತ್ರಿವಳಿ, ಪ್ರಾಚೀನ, ಭಾಜ್ಯತೆ, ಅಚಲಾಂಶ (ಮಾಡ್ಯುಲಸ್), ಸಾಧನೆ.

ಈ ಟಿಪ್ಪಣಿಯು ಪಿಪಿಟಿಗಳಾದ (a, b, c) ಗಳ ಒಂದು ಲಕ್ಷಣವನ್ನು ವರ್ಣಿಸುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ b = c − 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಕೆಲವು ಪಿಪಿಟಿಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ:

(3, 4, 5)	(5, 12, 13)
(7, 24, 25)	(9, 40, 41)

(11, 60, 61)	(13, 84, 85)
(15, 112, 113)	(21, 220, 221)
(33, 544, 545)	(35, 612, 613)
(39, 760, 761)	…………

ಇದು ನಾನು ಕಂಡುಹಿಡಿದ ಗುಣಲಕ್ಷಣ:

(a, b, c)ಯು ಪಿಪಿಟಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು b = c − 1 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ $a^b + b^a$ ಅನ್ನು c ಇಂದ ಶೇಷವಿಲ್ಲದೆ ಭಾಗಿಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ:

- ಪಿಪಿಟಿ (3, 4, 5)ಕ್ಕೆ

  $3^4+4^3 = 145 = 5X29$
- ಪಿಪಿಟಿ (5, 12, 13)ಕ್ಕೆ

  512+125 = 244389457 = 13 X 18799189

ಆದರೆ (15, 18, 17), (21, 20, 29), (33, 56, 65), (35, 12, 37), (39, 80, 89) ಇತ್ಯಾದಿಗಳಂತಹ ಇತರೆ ಪಿಪಿಟಿಗಳಲ್ಲಿ $b \neq c - 1$ ಆಗಿರುವಾಗ ಈ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಕಾಣಬರುವುದಿಲ್ಲ. ಈ ಗುಣವು ಕೇವಲ ಇಂತಹ ವರ್ಗದ ಪಿಪಿಟಿಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಏಕೆ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ?

ನಾನು ಈ ಕೆಳಕಂಡದ್ದನ್ನು ಋಜುವಾತುಗೊಳಿಸುತ್ತೇನೆ:

(a, b, c)ಯು ಪಿಪಿಟಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು b = c − 1 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ $a^b + b^a$ ಅನ್ನು c ಇಂದ ಭಾಗಿಸಬಹುದು.

ಋಜುವಾತು:

b = c − 1 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, (ಬಾಕ್ಸ್ 1 ನೋಡಿರಿ)

$c = \frac{a2+1}{2}$ $\qquad$ $b = \frac{a2-1}{2}$

b = c − 1 ಇಂದ ನಮಗೆ $b \equiv -1$ ಎಂಬುದು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ. (mod c)

ಆದ್ದರಿಂದ $b^a \equiv (-1)^a \equiv -1 \pmod c$

a ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದುದರಿಂದ, ಮುಂದಿನ ಹಂತದಲ್ಲಿ $a^2 = 2c - 1$ ಇಂದ ನಮಗೆ

$a^2 \equiv -1 \pmod c$ ಎಂಬುದು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು b/2 ಘಾತಕ್ಕೆ ಏರಿಸಿದರೆ (b ಒಂದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ನೆನಪಿರಲಿ),

$a^b \equiv (-1)^{b/2} \pmod c \equiv 1 \pmod c$.

ಬಾಕ್ಸ್ 1 ರ ಪ್ರಕಾರ, b ಯು 4 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯ(ಇದು b/2 ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ). ಆದ್ದರಿಂದ

$a^b + b^a \equiv 1-1 = 0 \pmod c$.

ಇದನ್ನೇ ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ,

$a^b + b^a$ ಅನ್ನು c ಇಂದ ಭಾಗಿಸಬಹುದು.

ಬೋಧಿದೀಪ್ ಜೊಆರ್ದಾರ್ (ಜನನ 2005) ಎಲ್ಲ ವಿಧದ ಗಣಿತೀಯ ಸಾಹಿತ್ಯವನ್ನು ಬಕಾಸುರನೋಪಾದಿಯಲ್ಲಿ ಓದುವಂತಹ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ. ಕಲ್ಕತ್ತದ ಸೌತ್ ಪಾಯಿಂಟ್ ಹೈ ಸ್ಕೂಲ್ ನಲ್ಲಿ ಓದುತ್ತಿರುವ ಬೋಧಿದೀಪ್‌ಗೆ ಸಂಖ್ಯಾ

ಸಿದ್ಧಾಂತ, ಯೂಕ್ಲಿಡಿಯನ್ ರೇಖಾಗಣಿತ, ಉನ್ನತ ಬೀಜಗಣಿತ, ಕಲನಶಾಸ್ತ್ರದ ಮೂಲಗಳು, ಮತ್ತು ಅನಂತ ಸರಣಿಗಳಲ್ಲಿ ವಿಶೇಷ ಆಸಕ್ತಿ. ಬೋಧಿದೀಪ್‌ಗೆ ಗಣಿತದ ಇತಿಹಾಸ ಮತ್ತು ಗಣಿತಜ್ಞರ ಜೀವನಗಳು ಸ್ಫೂರ್ತಿದಾಯಕ. ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರ, ಖಗೋಳಶಾಸ್ತ್ರ ಚಿತ್ರಕಲೆ ಮತ್ತು ಜರ್ಮನ್ ಭಾಷೆಗಳು ಈತನ ಇತರ ಆಸಕ್ತಿಗಳು. ಬೋಧಿದೀಪ್‌ರ ಸಂಪರ್ಕ ಕೊಂಡಿ: ch_kakoli@yahoo.co.in